

一种二维贴体网格改进算法的研究

冯占荣¹, 于建群¹, 付宏², 卢洪涛^{2,3}

(1. 吉林大学生物与农业工程学院, 130022, 长春; 2. 吉林大学计算机科学与技术学院, 130012, 长春;
3. 蚌埠坦克学院作战指挥系, 233013, 安徽蚌埠)

摘要: 为了改善流体数值计算的准确性和软件应用的方便性, 对基于边界 CAD 模型的网格生成算法进行了探究. 在对 TM 法和魏文礼法进行改进的基础上, 结合邻边界节点滑动法, 提出了一种改进的 TM-魏法. 在对 AutoCAD 软件进行二次开发的基础上, 编制了基于边界 CAD 模型的网格生成软件, 采用该软件对 TM 法、魏文礼法和改进的 TM-魏法进行了比较, 结果表明, 改进的 TM-魏法生成的网格在边界处及内部正交性上优于 TM 法或魏文礼法, 对流场的适应性较好, 且人机交互操作简单、方便.

关键词: 流体数值计算; 结构网格; TM-魏法

中图分类号: TP15 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)03-0060-05

Improved Algorithm for Generating Two-Dimensional Body-Fitted Grid

FENG Zhanrong¹, YU Jianqun¹, FU Hong², LU Hongtao^{2,3}

(1. College of Biological and Agricultural Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China; 2. College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130012, China; 3. Department of Operation Command, Bengbu Tank Institute, Bengbu, Anhui 233013, China)

Abstract: To evaluate flow fields more accurately and use the software more easily, the algorithm for generating two-dimensional grid based on the CAD model of boundaries is investigated. Analyzing the TM method and the WEI Wenli method, and considering the adjacent boundary nodes sliding method as a reference, an improved method (called improved TM-WEI method) for generating body-fitted grid is proposed. Following the developed AutoCAD software, the two-dimensional body-fitted grids can be generated. A comparison of the improved TM-WEI method with TM method and WEI Wenli method shows that the grids generated by the improved TM-WEI method at the boundaries and the interior have better orthogonality than TM method and WEI Wenli method with higher accuracy of solution and better convenience of generation.

Keywords: numerical calculation of fluid; structured grid; TM-WEI method

在工农业生产中,流-固耦合模拟都脱离不了网格,而好的网格(贴体、正交、光滑连续,在特定地方有足够的密度)是得到准确数值模拟的前提之一,在计算方法选定的情况下,甚至起着主要作用^[1].

网格生成的关键指标是网格能够适应求解区域的几何外形及生成网格的时间短等. 在进行数值模拟时,往往由于边界的复杂性,若简单地采用笛卡尔

坐标系的结构化网格,用阶梯形曲线来逼近真实的不规则边界,则会因为个别边界带有 90°角的锯齿状,使得这种粗糙边界难以准确、有效地模拟出所要模拟区域的真实形态. 为了取得更加优良的模拟效果,尤其是对不规则边界的模拟,最理想的做法是采用一种求解区域边界与坐标轴相平行的坐标系,但对于所要模拟的边界,其复杂性决定了数学上现有

的14种曲线坐标系不可能与其完全相适应,需采用坐标变换的方法来构造一种新的坐标系,使各坐标轴恰与计算区域的边界相适应,即贴体坐标系。

生成贴体曲线网格的方法主要有代数法、保角变换法、几何法和微分方程法(双曲型、抛物型和椭圆型)。其中,以20世纪70年代中期Thompson等人^[2]提出的椭圆形偏微分方程法应用居多。

由于流-固耦合的常见性,因此结合AutoCAD软件做图所具有的优点,采用ObjectARX对AutoCAD软件进行二次开发,通过编制生成贴体网格的程序,探索出一种新的网格生成算法,为下一步的流-固耦合分析计算奠定了基础。

1 贴体坐标系下的网格剖分技术

贴体坐标变换^[3]的基本思想是把物理平面上不规则区域的边界映射到计算平面矩形区域的4条边上,然后通过变换关系,把计算区域内部的网格节点一一映射到物理区域内部网格节点的一种变换方法。

如果把计算平面 (ξ, η) 坐标看作物理平面 (x, y) 坐标的2个求解变量,则可建立Poisson方程

$$\begin{cases} \xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (1)$$

式中: x, y 是物理域上网格节点坐标; ξ, η 是计算域上网格节点坐标; ξ_{xx} 表示 ξ 对 x 的二阶导数; ξ_{yy} 表示 ξ 对 y 的二阶导数; η_{xx} 表示 η 对 x 的二阶导数; η_{yy} 表示 η 对 y 的二阶导数; P, Q 分别为 ξ 方向和 η 方向的控制函数。

对式(1)进行反变换,可转换成关于 x, y 的方程,若控制函数 P, Q 已知,求解该反变换方程,即可得到节点坐标 (x, y) 。

2 构造控制函数

2.1 TM法建议的形式

TM法^[4]假设源项的形式为

$$\begin{cases} P(\xi, \eta) = \varphi(\xi, \eta)(\xi_x^2 + \xi_y^2) \\ Q(\xi, \eta) = \psi(\xi, \eta)(\eta_x^2 + \eta_y^2) \end{cases} \quad (2)$$

式中: φ 和 ψ 分别为 P 和 Q 的调节函数。当 $\eta=0$ (或 $\eta=n$)时,边界上 φ 的计算公式为

$$\varphi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\xi}x_{\xi\xi} + y_{\xi}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \quad (3)$$

当 $\xi=0$ (或 $\xi=m$)时,边界上 ψ 的计算公式为

$$\psi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\eta}x_{\eta\eta} + y_{\eta}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \quad (4)$$

内部 φ 和 ψ 通过边界处的 φ 和 ψ 线性插值得到。

2.2 魏文礼建议的形式

魏文礼^[5]、刘玉玲^[6]等人假设源项的形式为

$$\begin{cases} P(\xi, \eta) = \frac{\varphi(\xi, \eta)}{(x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2)} \\ Q(\xi, \eta) = \frac{\psi(\xi, \eta)}{(x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2)} \end{cases} \quad (5)$$

当 $\eta=0$ (或 $\eta=n$)时,边界上 φ 的计算公式为

$$\varphi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\xi}x_{\xi\xi} + y_{\xi}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} + \frac{x_{\xi}x_{\eta\eta} + y_{\xi}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \quad (6)$$

当 $\xi=0$ (或 $\xi=m$)时,边界上 ψ 的计算公式为

$$\psi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\eta}x_{\eta\eta} + y_{\eta}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} + \frac{x_{\eta}x_{\xi\xi} + y_{\eta}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \quad (7)$$

内部 φ 和 ψ 通过边界处的 φ 和 ψ 线性插值得到。

将2.1或2.2节中的 P, Q 代入式(1)的反变换方程,求解该方程时,为提高求解速度,均采用松弛迭代法(SOR),松弛因子

$$\omega = (8 - 4(4 + \rho^2)^{1/2})/\rho^2 \quad (8)$$

其中谱半径

$$\rho = \cos(\pi/(I_{\max} - 1)) + \cos(\pi/(J_{\max} - 1)) \quad (9)$$

式中: $I_{\max}, J_{\max}$ 分别表示在 ξ 方向和 η 方向上划分网格的节点数。

2.3 TM-魏法

若将魏文礼生成网格算法中的 φ 和 ψ 改为

$$\begin{cases} \varphi(\xi, \eta) = \frac{x_{\xi}x_{\eta\eta} + y_{\xi}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \\ \psi(\xi, \eta) = \frac{x_{\eta}x_{\xi\xi} + y_{\eta}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \end{cases} \quad (10)$$

此时,所生成的网格与原 φ 和 ψ 所生成的网格相同,即原 φ 和 ψ 的前一项(即TM法对应的 φ 和 ψ)在魏文礼法中可有可无。分析可知,这主要是魏文礼法中 φ 和 ψ 的后一项在构造 φ 和 ψ 生成网格时,不仅利用了边界节点信息,而且充分利用了边界内部相邻节点的信息,这也是魏文礼法优于TM法的关键之处。

因为魏文礼法的推导并不局限于边界信息,所以如果充分利用内部节点信息,完全可以对内部网格的正交性起调节作用。由魏文礼法对 P, Q 的假设(见2.2节)得出的改进算法即为改进的TM-魏法,其中

$$\varphi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\xi}x_{\xi\xi} + y_{\xi}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} + \sigma \frac{x_{\xi}x_{\eta\eta} + y_{\xi}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \quad (11)$$

$$\psi(\xi, \eta) = -\frac{x_{\eta}x_{\eta\eta} + y_{\eta}y_{\eta\eta}}{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} + \sigma \frac{x_{\eta}x_{\xi\xi} + y_{\eta}y_{\xi\xi}}{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \quad (12)$$

式中: σ 为收敛因子,用它在迭代过程中可避免造成方程不收敛。

利用边界点 $\eta=0$ (或 $\eta=n$) 的信息将 $\varphi(\xi, \eta)$ 中的前一项求出, 然后插至内部网格, 而在程序迭代过程中将 $\varphi(\xi, \eta)$ 的后一项按内部节点信息直接求出. 同理, 可求解出 $\psi(\xi, \eta)$. 改进算法不仅能够调节边界, 使之与网格线近似正交(TM法的优势), 而且在迭代过程中可不断修正内部网格, 使其尽量正交(魏文礼法的优点), 从而使得生成的网格更加光滑, 能更好地适应流体物理场的疏密程度.

3 邻边界节点滑动法

在分别采用本文 2.1、2.2 和 2.3 节中的方法生成网格的过程中, 如果四周边界线上的网格点选择不当, 则会影响网格的正交精度, 因此求解方程时, 在边界节点处根据曲线正交性的要求, 采用邻边界节点滑动法, 使其达到正交, 这样就能取得良好的效果. 具体滑动方法如下所述.

假设图 1 是 TM-魏法在迭代过程中的网格生成示意图, 其中弧 FAE 为物理边界. 下面结合图 1, 简要地介绍由 n 到 $n+1$ 次迭代过程中的边界调整步骤.

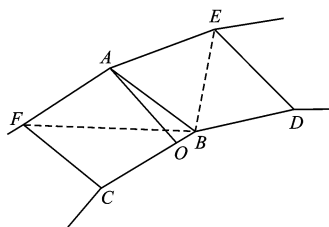
步骤 1 求 $\angle BAF$ 与 $\angle BAE$. 假设 A 点的坐标为 (x_A, y_A) , F 点为 (x_F, y_F) , 又设 AF 为直线, 则 AF 与 x 轴的夹角为 $\arctan\left(\frac{y_F - y_A}{x_F - x_A}\right)$. 同理, 设 B 点坐标为 (x_B, y_B) , 则直线 BA 与 x 轴的夹角为 $\arctan\left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\right)$. 利用三角形的内外角关系可知

$$\angle BAF = \arctan\left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\right) - \arctan\left(\frac{y_F - y_A}{x_F - x_A}\right) \quad (13)$$

同样可知

$$\angle BAE = \pi - \arctan\left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\right) + \arctan\left(\frac{y_E - y_A}{x_E - x_A}\right) \quad (14)$$

步骤 2 比较 $\angle BAF$ 与 $\angle BAE$ 的大小.



F、A、E: 边界上事先划分好的节点; B、C、D: 第 n 次迭代后与边界相邻的网格节点; O: B 点经 $n+1$ 次迭代调整后的节点位置

图 1 边界调整示意图

步骤 3 若 $\angle BAF$ 大于 $\angle BAE$, 则 B 点在线段 BC 上移动到 O 点; 若 $\angle BAF$ 小于 $\angle BAE$, 则 B 点在线段 BD 上移动到 O 点; 若 $\angle BAF = \angle BAE$, 则 B 点就是所求位置, 不需要移动, 即此时 B 点与 O 点重合.

在移动过程中, 若直接将 B 点移动到所要的位置(即 $\angle BAF = \angle BAE$, 或 $\angle OAF = \angle OAE$), 迭代求解式(1)的反变换方程则可能不收敛, 因此需采用式(15)、式(16)进行移动. B 点在线段 BC 上的移动距离为

$$L_{OB} = \omega L_{BC} \frac{\max\{L_{BF}, L_{BE}\} - \min\{L_{BF}, L_{BE}\}}{\max\{L_{BF}, L_{BE}\}} \quad (15)$$

B 点在线段 BD 上的移动距离为

$$L_{OB} = \omega L_{BD} \frac{\max\{L_{BF}, L_{BE}\} - \min\{L_{BF}, L_{BE}\}}{\max\{L_{BF}, L_{BE}\}} \quad (16)$$

式中: L_{OB} 、 L_{BC} 、 L_{BF} 、 L_{BE} 、 L_{BD} 分别为 OB 、 BC 、 BF 、 BE 、 BD 线段的长度; ω 为调节因子, 取 $0.01 \sim 1.00$.

采用式(15)、式(16)移动的优点是能够以微调方式移动, 即移动时 B 点越靠近期望点(满足 AO 垂直 FE 的 O 点), 移动的步长越小, 从而在保证式(1)的反变换方程收敛的同时也保证了生成网格的质量.

综上所述是在一般情况下的调整方法, 若边界上的节点是按等间隔分布的情况(即 $EA = AF$), 为使编写程序方便, 可将步骤 1~步骤 3 中的角度判断法改成线段判断法.

4 ARX 的开发环境及边界拾取

4.1 ObjectARX 的开发环境及边界拾取

ObjectARX(简称 ARX) 是一个动态链接库(DLL), 共享 AutoCAD 软件的地址空间, 对 AutoCAD 软件进行直接函数调用, 采用标准 C++ 类库封装形式, 大大提高了程序员编程的可靠性和工作效率^[10].

以 ARX 嵌入式工具栏“ObjectARX commands”进行 BORDER 命令注册(边界拾取命令), 命令注册之后, 系统自动生成 .cpp 文件, 该文件包含了 BORDER 命令实现函数的定义, 并在该函数中添加了实现网格生成的源代码.

为了实现人机交互拾取边界的功能, 可采用 VC++ 编制模式对话框, 以 ARX 的选择集函数 $acedSSGet()$ 和 $acedSSFree()$ 对边界进行拾取、存

储. 边界拾取及划分对话框如图 2 所示.

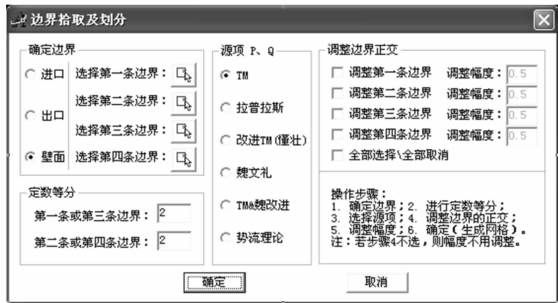


图 2 边界拾取及划分对话框示意图

4.2 边界处理过程

边界处理过程:①在 CAD 命令栏键入 BORDER,打开边界拾取及划分对话框;②选定边界;③定数等分;④选取源项;⑤调整边界使之与网格线正交、调整幅度;⑥确定、生成网格.

5 改进法与其他 2 种方法的对比

区域离散所生成的网格质量水平的高低,对场数值计算的成功与否有很大影响,并且通常生成网格所花费的精力往往超过了求解流场控制方程所要花费的精力.因此,在网格生成之后,及时地对网格质量作出正确的评估是非常必要的.本文采用网格夹角的大小来评价网格的质量^[11].

采用 TM 法、魏文礼法及其改进法开发了软件,并对大量图形和数据进行了网格生成实验.表 1 为网格所有节点交线夹角出现频率的对比,表 2 为网格边界节点交线夹角出现频率的对比.

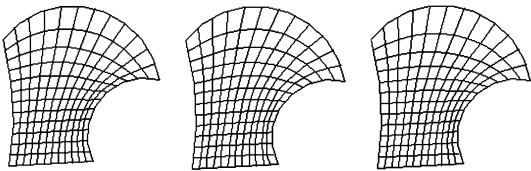
表 1 网格所有节点交线的夹角

角度/(°)	节点个数			
	TM 法	魏文礼法	TM-魏法	正交调整后的改进法
0~50	3	0	0	0
50~60	9	5	15	13
60~70	21	34	23	24
70~80	67	68	52	60
80~90	65	58	75	68

表 2 网格边界节点交线的夹角

角度/(°)	节点个数			
	TM 法	魏文礼法	TM-魏法	正交调整后的改进法
0~50	3	0	0	0
50~60	5	5	8	5
60~70	4	7	4	5
70~80	8	11	7	13
80~90	24	21	25	21

由 3 种方法生成的网格见图 3,改进法、TM 法、魏文礼法、TM-魏法、及经边界正交调整后的改进法贴体网络生成的对比,如图 4~图 6 的示.



(a) TM 法 (b) 魏文礼法 (c) TM-魏法

图 3 3 种方法的贴体网格生成示意图

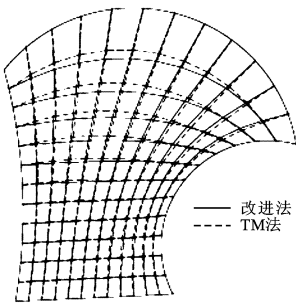


图 4 改进法与 TM 法的贴体网格生成比较

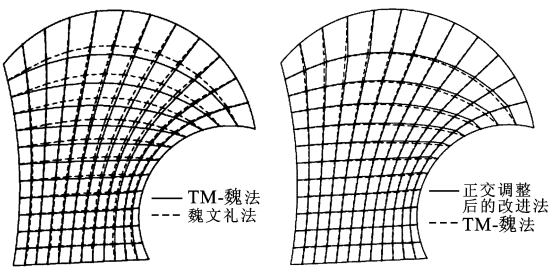


图 5 TM-魏法与魏文礼法的贴体网格生成的比较 图 6 正交调整后的改进法与 TM-魏法的贴体网格生成比较

从表 1 中可看出,4 种方法的角度范围在 70°~90°之间,节点数由左到右逐渐增多,同时从图 3、图 4 中可以得出,TM-魏法所生成的网格在正交性上要优于 TM 法和魏文礼法,特别是正交调整后的改进法更是如此,如图 5 及表 2 所示.

由于改进法采纳了 TM 法能修正边界正交的优点,抛弃了魏文礼法仅依赖于边界及边界内相邻节点来计算内部控制函数的思想,并且采用计算区域上所有节点的信息来构造控制函数,使得程序在迭代过程中可以不断地修正边界及内部网格的正交性,因此适应于流体物理场的变化.

由图 6 结合表 1 和表 2 可以得出,经边界正交调整后,边界处的正交性得到了大幅度的改善,这是因为此时边界滑动法没有依赖控制函数对网格边界进行正交调整,而是在程序迭代过程中,不断地对边

界处的正交性进行修正,从而使网格能够在原始基础上进行改进。

6 结束语

本文在 AutoCAD 二次开发的基础上,研究了二维贴体网格的生成方法,推导出一种 TM 法和魏文礼法两者相结合的网格生成改进算法,即 TM-魏文礼法。将此改进算法与调节相邻边界节点正交性的方法相结合,可以显著提高贴体网格线与边界及网格内部的正交性,从而改善流体物理场疏密程度的适应性,为后续流-固耦合计算打下了良好的基础。

参考文献:

- [1] 苏彬,王大海. 基于泊松方程的二元翼型网格生成技术[J]. 中国民航飞行学院学报,2002,13(4): 31-33.
SU Bin, WANG Dahai. The generational technology of two-dimensional airfoil grid based on the Poisson's equation [J]. Journal of China Civil Aviation Flying College, 2002, 13(4): 31-33.
- [2] THOMPSON J F, THAMES F C, MASTIN C W. Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system field containing any number of arbitrary two-dimension bodies [J]. Journal of Computational Physics, 1974(15): 299-319.
- [3] ISMAIL I A, SALEM S A, ALLAN M M. An elliptic grid generation technique for the flow contraction [J]. Czechoslovak Journal of Physics, 2003, 53(4): 351-363.
- [4] THOMAS P D, MIDDLECOFF J F. Direct control of

the grid point distribution in meshes generated by elliptic equations [J]. AIAA J, 1980(18): 652-656.

- [5] 魏文礼,王玲玲,金忠青. 曲线网格生成技术研究 [J]. 河海大学学报, 1998, 26(3): 92-96.
WEI Wenli, WANG Lingling, JIN Zhongqing. Study on curvilinear grid generation [J]. Journal of Hohai University, 1998, 26(3): 92-96.
- [6] 刘玉玲. 直接控制网格节点分布的曲线网格生成技术研究 [J]. 应用力学学报, 2007, 24(4): 637-640.
LIU Yuling. Curvilinear grid generation with direct control grid point distribution [J]. Chinese Journal of applied Mechanics, 2007, 24(4): 637-640.
- [7] 刘素梅,刘惠梅. 一种简化雷诺方程的数值求解方法 [J]. 中北大学学报(自然科学版), 2006, 27(2): 165-167.
LIU Sumei, LIU Huimei. A method for simplifying the process of solving reynolds equation [J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), 2006, 27(2): 165-167.
- [8] 张永华. 叶轮机 CFD 网格生成 [D]. 南京: 南京航空航天大学机电学院, 2007.
- [9] 李庆扬. 科学计算方法基础 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 72-84.
- [10] 柯宇,舒宣武. 基于 ObjectARX 的开发和调试技术 [C]//第十一届全国工程建设计算机应用学术会议论文集. 北京: 中国建材工业出版社, 2002: 254-258.
- [11] 张潮. 贴体坐标转换在河冰模拟中的应用研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学土木建筑工程学院, 2007.

(编辑 管咏梅)

(上接第 45 页)

由此可见,对于样本总体确定情况下的测试性验证,采用二项分布法的评估和验证结果是不准确的。本文所介绍的新的评估和验证方法更加适应当前电子装备检测设备的特点,适用于测试性指标 R_{FDC} 和 R_{FIC} 的评估和验证。

参考文献:

- [1] 温熙森,胡政,易晓山,等. 可测试性技术的现状与未来 [J]. 测控技术, 2000, 19(1): 9-12.
WEN Xisen, HU Zheng, YI Xiaoshan, et al. Current status and future of testability [J]. Test and Control Technology, 2000, 19(1): 9-12.
- [2] 周玉芬,徐松涛,高锡俊,等. 测试性验证的理论和方法研究 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 1996, 37(2):

10-15.

- ZHOU Yufen, XU Songtao, GAO Xijun, et al. Study on testability demonstration theory and method [J]. Reliability and Environmental Test of Electronic Product, 1996, 37(2): 10-15.
- [3] GJB1170.3-93 对空情报雷达维修性: 维修性试验与评定 [S]. 北京: 国防科工委军标发行部, 1993.
- [4] 甘茂治,吴真真. 维修性设计与验证 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995: 197-199.
- [5] 王林书,鲍兰平,赵瑞清. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 科学出版社, 1999: 27, 41.
- [6] 汪荣鑫. 数理统计 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1986: 35.

(编辑 葛赵青)